Solucionario Matemáticas Simulacro 2

31. # de varones: V
    # de mujeres: M

    V + M = 100

    $\frac{V}{5}$ son menores de 15 años --> V es múltiplo de 5

    $\frac{M}{12}$ son mayores de 14 años --> M es múltiplo de 12

    Los posibles valores para M : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84 o 96, de los que solamente el número 60 cumple que:

    100 – 60 = múltiplo de 5
    Entonces:
    V = 40
    M = 60

    Rpta: 40

32. Área del obelisco = Área del prisma + Área de pirámide

    Área del prisma = (largo)(ancho)(altura del prisma) = (0.8)(0.8)(10) = 6.4 m^3
    Área de pirámide = (área de la base)(altura pirámide)/3 = (0.8)(0.8)(3)/3 = 0.64 m^3

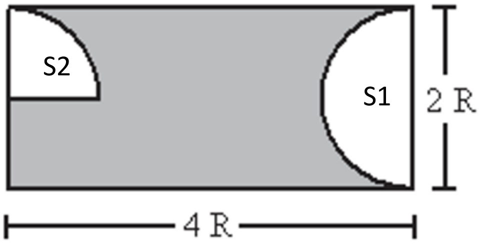
    Área total = Área del prisma + Área de pirámide = 6.4 m^3 + 0.64 m^3 = 7.04 m^3

    Rpta: 7.04 m^3

33. $Área_{ADCB}$ = $Área_{ECBF}$ – ($Área_{AED}$ - $Área_{AFB}$)
    $Área_{AED}$ = (40m)(30m)/2 = 600 m^2
    $Área_{AFB}$ = (85m)(65m)/2 = 2 762.5 m^2
    $Área_{ECBF}$ = (65m)(125m) = 8 125 m^2
    Entonces:
    $Área_{ADCB}$ = 8 125 m^2 - 2 762.5 m^2 - 600 m^2 = 4762.5 m^2

34. (cantidad del envase)(concentración) = (cantidad de ingrediente activo)
    Entonces tenemos:
    (15 mL)(0.30)=(4.5mL) que es la cantidad de ingrediente activo en el envase
    Nos piden:
    (cantidad final de solución)(concentración final) = (4.5 mL + x)
    Pero:
    Cantidad final de solución = 15 mL + x
    Entonces:
    (15 mL + x)(0.50) = (4.5 mL + x) ----> x = 6 mL

35.



Área césped = Área$_{\text{Rectangulo}}$ – (S1 + S2)
Área césped = (4R)(2R) – ($(\pi R^2)/2 + (\pi R^2)/4$)
Área césped = $8(R)^2 - (3\pi R^2)/4$
Área césped = $(R^2)(8 - 3\pi/4) = (R^2)(32 - 3\pi)/4 = (6^2)(32 - 3\pi)/4 = (9)(32 - 3\pi)$

Rpta: $(9)(32 - 3\pi)$

36. Tenemos:

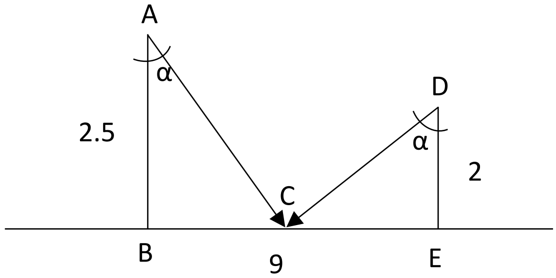
Espacio refrigerado = 900 = (# camiones tipo A)(20) + (# camiones tipo B)(30)………(1)
Espacio n refrigerado = 1200 = (# camiones tipo A)(40) + (# camiones tipo B)(30)…..(2)
De (1):
camiones tipo A = (900 - (# camiones tipo B)(40)) / 20
Remplazando en (2) y resolviendo obtenemos:

camiones tipo A = 15
camiones tipo B = 20

Rpta: 15 de A y 20 de B

37. Sean los números a y b, donde a > b
Tenemos:
$a - b = 2$; $a^2 + b^2 = 130$
Pero:
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = 4 \rightarrow ab = 63$
Además:
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 \rightarrow (a - b)^3 = a^3 - 3ab(a - b) - b^3 \rightarrow 8 = a^3 - b^3 - 3(63)(2)$
$\rightarrow |a^3 - b^3| = 386 \rightarrow (|a^3 - b^3|)/2 = 193$
Rpta: 193

38.



Por congruencia de los triángulos ABC y CDE:

$$\frac{BC}{2.5} = \frac{CE}{2}$$

→ BC = 2.5k; CE = 2k

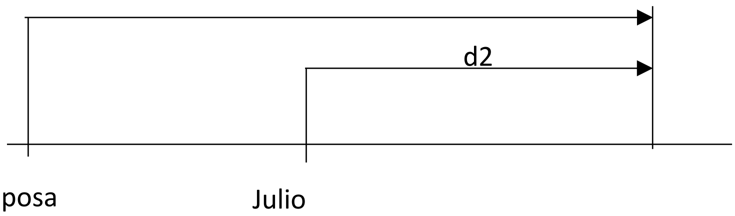
Pero BC + CE = 9 → 2.5k + 2k = 9 → k = 2

Entonces:

BC = 5m ; CE = 4m

Rpta: 5m

39.



Sea d1 la distancia recorrida por la esposa de Julio, y d2 la recorrida por Julio desde el momento en que su esposa sale.

Además:

Sabemos que (d1-d2) es la distancia recorrida por Julio en 24 minutos.

Como el tiempo t para ambos es el mismo, tenemos que:

t = $\frac{d1}{Velocidad_{Esposa}} = \frac{d2}{Velocidad_{Julio}}$ -----(1)

Y como (d1-d2) = (t)($Velocidad_{Julio}$) = (24 minutos)($80\ km/h$) = (0.4 h)(80 km/h) = 32 km

Entonces, en nuestra ecuación (1):

$\frac{32+d2}{Velocidad_{Esposa}} = \frac{d2}{Velocidad_{Julio}} \rightarrow \frac{32+d2}{100} = \frac{d2}{80} \rightarrow$ d2 = 128 km, d1 = 160 km

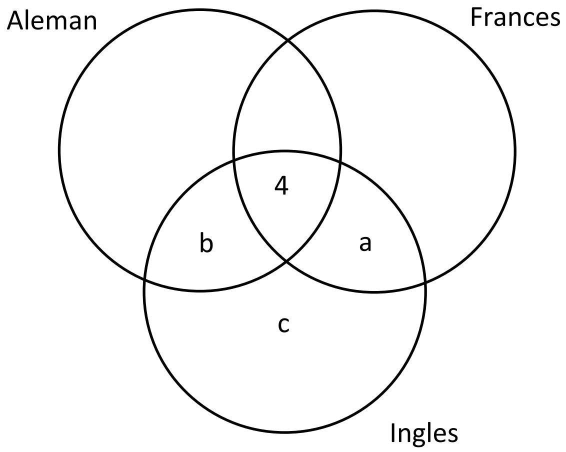
Rpta: La distancia recorrida por julio(desde que sale de casa hasta que es alcanzado) es de 160 km

40. Sea I(x) nuestra función ingreso, donde x representa el aumento del precio unitario
Entonces tenemos que:
I(x) = (# unidades)(precio unitario) = (12)(# docenas)(precio unitario)
I(x) = (12)(130 – 5x)(14 - x)
Pero nos piden expresar esta ecuación en función del precio unitario p = 14 – x

En ese caso tendremos:
$I(x) = (12)(130 – 5x)(14 - x)$
$I(x) = (12)(5)(26 – x)(14 - x)$
$I(x) = (12)(5)(40 - 14 – x)(14 - x)$
$I(x) = (12)(5)(40 –(14 + x))(14 - x)$
$I(p) = (12)(5)(40 –p)(p)$
$I(p) = (60)(40 –p)(p)$
Resolviendo:
$I(p) = 2400p – 60p^2$

Rpta: $2400p – 60p^2$

41. De acuerdo a los datos podemos crear el siguiente diagrama de Venn



Donde:

$b + 4 = 6$, $a + 4 = 7$

Además, como todos los alumnos matriculados en inglés se matricularon también en francés o alemán, tenemos que c = 0,

Nos piden: a + b +c + 4 = 9

Rpta: 9

42. El punto medio entre los puntos A y B está dado por:
$P_{medio\,=}(P_{A\,-}P_B)/2 = ((7,4) - (1,-2))/ 2 = ((7 + 1),(4 - 2))/2 = (4, 1)$

Y la pendiente m_1 de la recta L1 que pasa por los puntos A y B viene dado por:

$m_1 = \frac{B_y - A_y}{B_x - A_y} = \frac{-2-4}{1-7} = 1$
Además, la mediatriz a esta recta es perpendicular a L1, por lo que la pendiente m_2 de la mediatriz cumple que:
$(m_1)(m_2) = -1 \rightarrow (1)(m_2) = 1 \rightarrow m_2 = -1$

La mediatriz tiene la forma: $y = m_2x + b$, y P_{medio} pasa por la mediatriz, por lo que al remplazar valores tendremos:

1 = (-1)4 + b → b = 5
Por lo que la ecuación de la mediatriz sería:
y = -x + 5 → x + y = 5

43. Tenemos:
(# cuadernos anillados)(precio de un cuaderno anillado) = S/ 328.00………….(1)
(# cuadernos sin anillar)(precio de cuaderno sin anillar) = S/ 320.00…………..(2)
Pero:
(# cuadernos sin anillar) = (# cuadernos anillados + 4)……………………….(3)
(precio de cuaderno sin anillar) = (precio de un cuaderno anillado – S/ 4,5)………….(4)

Remplazando (3) y (4) en (2):
(# cuadernos anillados + 4) (precio de un cuaderno anillado – S/ 4,5) = S/320
→(# cuadernos anillados)(precio de un cuaderno anillado) - S/ 4,5(# cuadernos anillados) + 4(precio de un cuaderno anillado) – S/ 16.5 = S/320
→ S/ 328.00 - S/ 4,5(# cuadernos anillados) + 4(precio de un cuaderno anillado) – S/ 18= S/320
→ - S/ 4,5(# cuadernos anillados) + 4(precio de un cuaderno anillado) = S/ 10 ……(5)

Despejando de (5):
(# cuadernos anillados) = (- S/ 8.5 + 4(precio de un cuaderno anillado))/ S/ 4,5

Remplazando en (1) y resolviendo:
Obtenemos:
precio de un cuaderno anillado = S/ 20.5
Rpta: S/ 20.5

44. $T(t)=Ae^{-kt}$
Tenemos que:
Para t = 20: $T(20)=Ae^{-k20} = 40$ → $e^{-k20} = 40/A$ ……(1)
Para t = 40: $T(40)=Ae^{-k40} = A(e^{-k20})^{2} = 20$………….(2)

Remplazando (1) en (2):

$$A(\frac{40}{A})^2 = 20$$

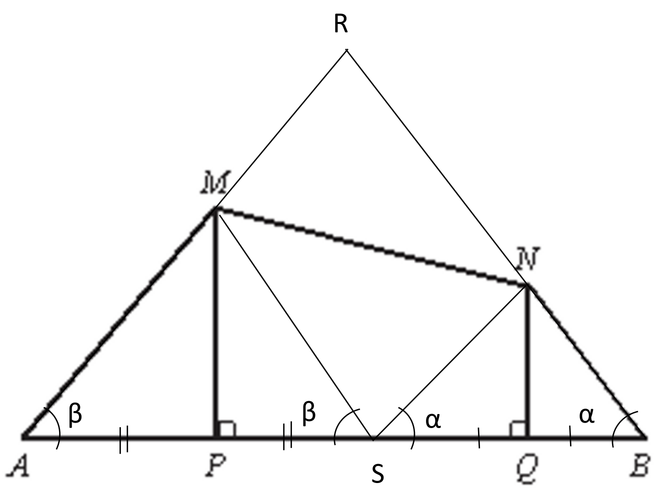
→ A = 80
Para t = 0 : $T(0)=Ae^{-k(0)} = A = 80$
Rpta: 80 ºF

45. En una hora el grifo A llena 1/5 y el grifo B llena 1/10 de la piscina,
Entonces, para llenar la piscina con ambos grifos abiertos se necesitarán:

$(\frac{1}{5}+\frac{1}{10})$(# horas) = 1
→(# horas) = 10/3 horas = 3 horas 20 minutos

Rpta: 3 horas 20 minutos

46.



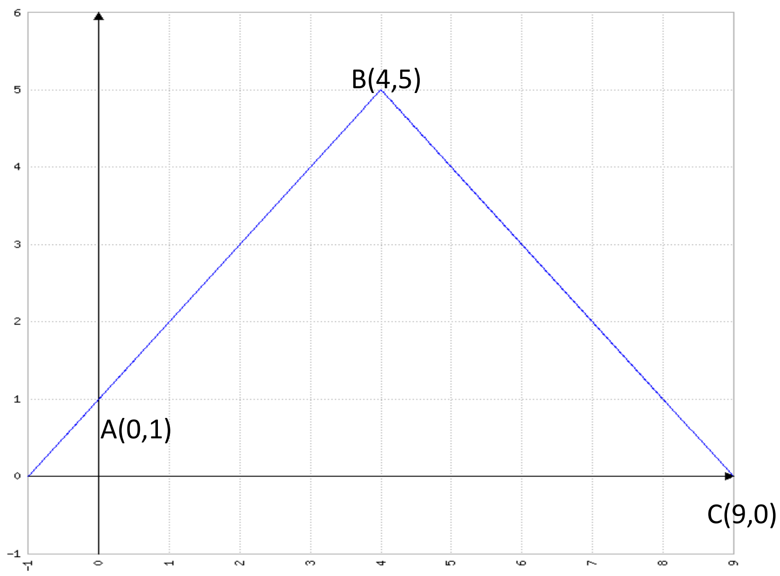
Trazamos las líneas MS y NS de modo que AP sea igual a PS y SQ sea igual a NB

Con esto MS = AM = $5\sqrt{2}$, NS = NB = 5

Se tiene que $MS^2 + NS^2 = MN^2$, entonces el ángulo S en MSN = 90º, por lo que β + α = 90º

Entonces el ángulo R = 90º

47. Graficando la función tenemos:



Distancia Total = $\overline{AB} + \overline{BC}$

$\overline{AB}$ = $((5-1)^2+(4-0)^2)^{1/2} = 4\sqrt{2}$

$\overline{BC}$ = $((0-5)^2+(9-4)^2)^{1/2} = 5\sqrt{2}$

Entonces:

Distancia total = $4\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 9\sqrt{2}$

48. Sean:
    # Almohadas = A
    # Mantas = M
    # Sabanas = S

    Tenemos que:
    A + M + S = 200 ………..(1)
    16A + 50M + 80 S = 7500…………….(2)
    A = M + S…………………(3)

    Remplazando (3) en (1):
    A + A = 200 → A = 100
    Entonces:
    M + S = 100 ……….(4)
    50 M + 80S = 5900 …………..(5)
    Al despejar M de (4) y remplazar en (5) se obtiene:
    S = 30, M = 70, A = 100

    Rpta: A – S = 70

49. Aporte promedio: S/5600
    Aporte Total = (Aporte promedio)(# de hermanos) = (5600)(4) = S/ 22 400
    Para que un hermano aporte la máxima cantidad, los otros debieron aportar la mínima cantidad, esto es, 3 hermanos aportaron S/ 4200 cada uno, por lo que el cuarto hermano aportó:
    S/ 22 400 – (S/ 4200)(3) = S/ 9 800
    Rpta: S/ 9 800

50. Tenemos:
    $-4 < 2x - 5 < -1$
    $\rightarrow -4/2 < (2x - 5)/2 < -1/2$
    $\rightarrow -4/2 < x - 5/2 < -1/2$
    $\rightarrow 3(-4/2) < 3(x - 5/2) < 3(-1/2)$
    $\rightarrow -12/2 < 3x - 15/2 < -3/2$
    $\rightarrow -12/2 + 15/2 < 3x < -3/2 + 15/2$
    $\rightarrow 3/2 < 3x < 12/2$
    $\rightarrow 3/2 + 2 < 3x + 2 < 12/2 + 2$
    $\rightarrow 7/2 < 3x + 2 < 16/2$
    $\rightarrow (7/2)/4 < (3x + 2)/4 < (16/2)/4$
    $\rightarrow 7/8 < (3x + 2)/4 < 2$

    Entonces:
    $\alpha = 7/8$, $\beta = 2$
    Rpta: $2 - 7/8 = 9/8$

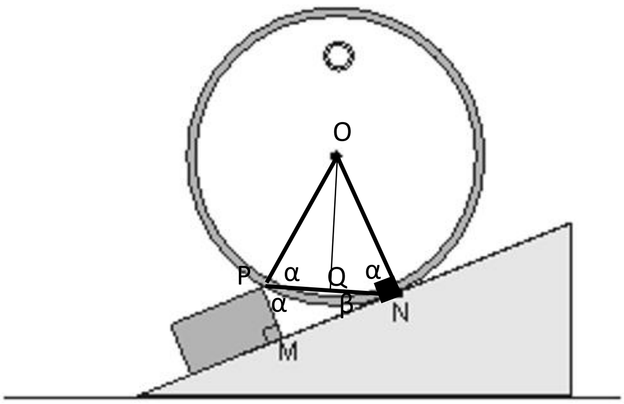
51. Para repartir la pizza en partes iguales, basta con dividirla con ángulos iguales

360 / 5 = 72

Rpta: 72

52. En la figura el ∠PMN = β y ∠ NPM = α

Trazamos el segmento $\overline{PN}$ y obtenemos que el ∠ONP = α (porque ∠ONM = 90º)
Entonces los triángulos ONQ y PMN son congruentes



Con lo que tenemos:

$$\frac{\overline{QN}}{\overline{ON}} = \frac{\overline{PM}}{\overline{PN}}$$

Pero PN = $(MN^2 + PM^2)^{1/2} = (10^2 + 4^2)^{1/2} = 2\sqrt{29}$

Entonces:

$$\overline{ON} = \overline{(PN)}(\overline{QN})/\overline{PM}$$

$\rightarrow \overline{ON} = \frac{(2\sqrt{29})(\sqrt{29})}{4} = \frac{29}{2} = 14.5$

Rpta: 14.5 pulgadas

53. La función costo está dada por:
C(x) = ax + b, donde x es el número de unidades producidas,
Para x = 20, C(20) = 80
80 = a(20) + b …..(1)
Para x = 30, C(30)= 100
100 =a(30) + b ….(2)
Restando (2) – (1):
10a = 20 → a = 2, b = 40
Entonces para x = 65:
C(65) = 2(65) + 40 = 170

54. Hay dos tipos de toros
5 toros pertenecen al primer tipo(toro tipo A)
15 toros pertenecen al segundo tipo(toro tipo B)

Si A y B es la cantidad de agua consumida por los toros del primer y segundo tipo respectivamente, entonces un toro B consume A(3/5) de lo que consume uno del tipo A.

En un día los 20 toros beben:

15(B) + 5(A) = 672
15(3/5)(A) + 5(A) = 672
Entonces:
A = 48 litro por día, B = 28.8 litros por día
Agua consumida por un toro tipo B durante 20 días:

Total = (B)(20) = (28.8)(20) = 576 litros

55. Al realizar la división:

$$
\begin{array}{l|l}
x^5 - 7x^3 + kx - 12 & X + 2 \\ \cline{2-2}
-x^5 - 2x4 & x^4 - 2x^3 - 3x^2 + 6x - 11 \\
\quad -2x^4 - 7x^3 + kx - 12 & \\
\quad +2x^4 + 4x^3 & \\
\qquad -3x^3 + kx - 12 & \\
\qquad 3x^3 + 6x^2 & \\
\qquad\quad 6x^2 + kx - 12 & \\
\qquad\quad -6x^2 - 12x & \\
\qquad\qquad Kx - 12x - 12 & \\
\qquad\qquad 11x + 2(11) &
\end{array}
$$

Se observa que k – 12 = 11

Entonces k = 1

Rpta: 1

56. Tenemos:
obreros es inversamente proporcional a # de días
obreros es inversamente proporcional a # de horas
obreros es directamente proporcional a # de metros

Entonces tenemos:
(# obreros)(# de días)(# de horas)/(# metros) = constante

Entonces:
$\frac{(8)(9)(6)}{(30)} = \frac{(10)(D)(8)}{(50)}$ → D = 9

$Rpta = 9$

57. Para que la multiplicación sea positiva necesitamos:
    4 números positivos o
    2 números positivos y 2 números negativos o
    4 números negativos

    Entonces:
    $C^4_5 + (C^2_5)(C^2_7) + (C^4_7) = 5 + (10)(21) + 35 = 250$
    Rpta: 250

58. Para Pedro:
    Lado de la base: a
    Area de la base: a^2
    Altura: $12\sqrt{3}$
    Volumen: $(a^2)(\text{altura}) = (a^2)(12\sqrt{3})$

    Para Juana:
    Lado de la base(triángulo equilátero): b
    Area de la base: $\frac{\sqrt{3}b^2}{4}$
    Altura: h
    Volumen : $(\frac{\sqrt{3}b^2}{4})(h)$

    Pero:
    $3b = 4a \rightarrow b=4a/3$
    Además:
    $(a^2)(12\sqrt{3}) = (\frac{\sqrt{3}b^2}{4})(h) = (\frac{\sqrt{3}(4a/3)^2}{4})(h)$
    $\rightarrow 27$
    Rpta: 27

59. Largo + ancho + altura = 89…….(1)
    La otra caja tiene:
    (largo -10)
    (ancho + 20)
    (altura - 30)
    Pero:
    (largo -10) = (ancho + 20) = (altura - 30)
    Entonces:
    (largo -10) + (ancho + 20) = 2(altura - 30) → largo + ancho = 2(altura) -70 …….(2)
    Remplazando (2) en (1):
    2(altura) -70 + altura = 89 → altura = 53
    Rpta: 53 cm

60. Costo por alquilar máquina A:
    $A(x) = 900 + 55x$

Costo por alquilar máquina B:
$B(x) = 800 + 60x$

Para que $A(x) < B(x)$:
$900 + 55x < 800 + 60x \rightarrow 20 < x$

Entonces: $x = 21$
Rpta: 21