SOLUCIONARIO

1)

Hallando los números divisibles por 7 del 1 al 2000 y 1 al 3000

i) $\frac{3000}{7} = 428,571\ldots \sim 428$ números

$\frac{2000}{7} = 285,714 \sim 285$ números

Hay $428 - 285 = 143$ números divisibles por 7 entre 2000 y 3000

ii) Hallando los números divisibles por 7 y 13 $(7 \times 13 = 91)$

$\frac{3000}{91} = 32.967 \to 32$ números

$\frac{2000}{91} = 21,978 \to 21$ números

Hay $32 - 21 = 11$ números divisibles por 7 y 13

$\therefore$ Hay $143 - 11 = \underline{132}$ números divisibles por 7 y no por 13.

2)

Hallando el MCM (mínimo común múltiplo) de:

$$\begin{array}{cccc|l} 12 & 6 & 16 & 8 & 2 \\ 6 & 3 & 8 & 4 & 2 \\ 3 & 3 & 4 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 2 & 1 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 1 & 3 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & \end{array}$$

$MCM(12, 6, 16, 8) = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$

En 24 tiempos volverán a iniciar al mismo tiempo.

3)

$$\frac{7140\ m^2}{3 \times 5\ h} = \frac{3570}{7 \times t}$$

$$t = \frac{3570 \times 3 \times 5}{7 \times 7140} = \frac{15}{14}$$

$$t = 1,0714$$

4) $$\frac{(1{,}37\times 10^4)(9{,}85\cdot 10^6)}{5{,}0\times 10^{12}} = \frac{1{,}37\times 9{,}85}{5}\times 10^{(4+6-12)}$$

$$= 2{,}6980\times 10^{-2}$$

Aproximando

$$= 2{,}7\times 10^{-2}$$

5) $\overset{\circ}{7}$: múltiplo de 7

Sumando los 30 consecutivos

$$\overset{\circ}{7} + (\overset{\circ}{7}+1) + (\overset{\circ}{7}+2) + (\overset{\circ}{7}+3) + \ldots\ldots (\overset{\circ}{7}+29) + (\overset{\circ}{7}+30)$$

$$\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7}\times 30 + (1+2+3+\ldots+29+30)$$

$$\underbrace{\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7}} + \frac{30\times 31}{2}$$

$$\overset{\circ}{7} + 465 \longrightarrow \begin{array}{r|l} 465 & 7 \\ \hline 462 & 66 \\ \hline -3 & \end{array}$$

$$\underbrace{\overset{\circ}{7} + \overset{\circ}{7}}+3$$

$$\overset{\circ}{7}+3$$

6) Hallando el número que pueden entrar en una caja
Hallamos el MCD (Máximo común divisor) de 84, 196, 25

$$\begin{array}{ccc|c} 84 & 196 & 252 & 2 \\ 42 & 98 & 126 & 2 \\ 21 & 49 & 63 & 7 \\ 3 & 7 & 21 & \end{array}$$

$$MCD(84, 196, 252) = 2\times 2\times 7 = 28$$

Hallando número de cajas

$$\frac{84}{28} = 3 \qquad \frac{196}{28} = 7 \qquad \frac{252}{28} = 9$$

7)

Casos Totales $6\times6\times6 = 216$

Casos que suman 6:

1, 1, 4
1, 2, 3
1, 3, 2
1, 4, 1
2, 2, 2
2, 3, 1
2, 1, 3
3, 1, 2
3, 2, 1
4, 1, 1

Eventos favorables $= 10$

Probabilidad $= \dfrac{10}{216} = \dfrac{5}{108}$

8) Combinatoria

$$C^{10}_{3} = \frac{10!}{3!\,7!} = \frac{10\times9\times8}{3\times2\times1} = 120 \text{ Ternas}$$

9)

$$\frac{\Sigma_{100}}{100} = 45 \rightarrow \Sigma_{100} = 4500 \quad \dots (a)$$

$$\frac{\Sigma_{40}}{40} = 15 \rightarrow \Sigma_{40} = 40\times15 = 600 \dots (b)$$

Resolviendo (b) en (a)

$$\Sigma_{100} = \Sigma_{40} + \Sigma_{60} = 4500$$
$$600 + \Sigma_{60} = 4500$$
$$\Sigma_{60} = 4500 - 600$$
$$\Sigma_{60} = 3900$$

Hallando el promedio

$$\frac{\Sigma_{60}}{60} = \frac{3900}{60} = 65$$ es el promedio de los números que quedan

10)

Aumento de porcentaje masculino

$$\frac{75-60}{60}\times 100\% = \frac{15}{60}\times 100\% = 25\%$$

11)

$$E = \left(\frac{x^{-1}+y^{-1}}{x^{-1}-y^{-1}}\right)^{-1} = \left(\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{y}}\right)^{-1} = \left(\frac{\frac{x+y}{xy}}{\frac{y-x}{xy}}\right)^{-1}$$

Simplificando

$$\left(\frac{x+y}{y-x}\right)^{-1} = \frac{y-x}{y+x}$$

12) Ecuación

$$x^2-4x+3 = 0$$

$$x \qquad -3$$

$$x \qquad -1$$

raíces

$x_1 = 3 \rightarrow r = 3$

$x_2 = 1 \rightarrow s = 1$

$$\therefore\ r^2+s^2 = 3^2+1^2 = 9+1 = 10$$

13) $\sqrt{6}\,x - \sqrt{8} = \sqrt{2}\,x - \sqrt{24}$

$$\sqrt{24} - \sqrt{8} = \sqrt{2}x - \sqrt{6}\,x$$

$$\sqrt{8}\times\sqrt{3} - \sqrt{8} = \sqrt{2}\,x - \sqrt{3}\sqrt{2}\,x$$

factorizando en cada lado:

$$\sqrt{8}\,(\sqrt{3}-1) = \sqrt{2}\,(1-\sqrt{3})\,x$$

$$-\sqrt{8}\,(1-\sqrt{3}) = \sqrt{2}\,(1-\sqrt{3})\,x$$

$$\frac{-\sqrt{8}\,\cancel{(1-\sqrt{3})}}{\sqrt{2}\,\cancel{(1-\sqrt{3})}} = x$$

$$x = -\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$$

$$x = -\frac{\cancel{\sqrt{2}}\times\sqrt{4}}{\cancel{\sqrt{2}}}$$

$$x = -\sqrt{4}$$

$$x = -2$$

14) $\text{rapidez} = \dfrac{\text{distancia}}{\text{Tiempo}}$

móvil A: $5\,\dfrac{Km}{h} = \dfrac{10\,Km}{T}$

$$T = \frac{10\,Km}{5\,Km/h} = 2h.$$

móvil B: (Con el mismo tiempo de A)

$$\text{rapidez} = \frac{12\,Km}{2h} = 6\,Km/h$$

15)

$$x+1 < 2x < x+5$$

i) $x+1 < 2x$

$1 < 2x - x$

$1 < x$

ii) $2x < x+5$

$2x - x < 5$

$x < 5$

$$\therefore \quad 1 < x < 5$$

$$C.S =]1;5[$$

16)

Total de Herencia $= x$

Primer hijo : $\frac{2}{5}x$

segundo hijo : $\frac{1}{2}x$

tercer hijo : S/. 18 700

$\therefore$ Sumando e igualando al Total de la Herencia

$$\frac{2}{5}x + \frac{1}{2}x + 18\,700 = x$$

$$18\,700 = x - \frac{2}{5}x - \frac{1}{2}x$$

$$18\,700 = \left(1 - \frac{2}{5} - \frac{1}{2}\right)x$$

$$18\,700 = \left(\frac{3}{5} - \frac{1}{2}\right)x = \frac{1}{10}x$$

$$x = 18\,700 \times 10 = S/.\ 187\,000$$

17)

$$2x^2+3x+C=0$$

Raíces $\frac{1}{2}$ y 'a'

Por propiedades de raíces:

$$\frac{1}{2}+a=-\frac{3}{2}$$

$$a=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}$$

$$a=-2$$

La otra raíz es -2

18) $ax^2-15x+b=0$

Suma de raíces (por propiedad)

i) $\frac{-(-15)}{a}=\frac{15}{2}$

$$\frac{15}{a}=\frac{15}{2} \rightarrow \frac{15\times 2}{15}=a$$

$$a=2$$

ii) Por el discriminante

$$(-15)^2-4.a.b = 225-4.2.b=169$$

$$225-8b=169$$

$$225-169=8b$$

$$56=8b$$

$$7=b$$

Hallando $a+b$

$$2+7=9$$

19) Sea la función cuadrática

$F(x) = ax^2 + bx + c$

Casos:

$(0;0)$: $a(0)^2 + b(0) + c = 0$

$0 + 0 + c = 0$

$c = 0$

$(6,0)$: $a(6)^2 + b(6) + c = 0$

$36a + 6b + 0 = 0$

$36a + 6b = 0$

$6a + b = 0 \quad \ldots (1)$

$F(2) = 4$: $a(2)^2 + b(2) + c = 4$

$4a + 2b + 0 = 4$

$4a + 2b = 4$

$2a + b = 2 \quad \ldots (2)$

Operando (1) y (2)

restando
$$\begin{array}{r} 6a + b = 0 \\ 2a + b = 2 \\ \hline 4a = -2 \end{array}$$

$a = \frac{-2}{4} = \frac{-1}{2}$

Reemplazando en (2)

$2a + b = 2 \rightarrow 2\left(-\frac{1}{2}\right) + b = 2$

$-1 + b = 2$

$b = 3$

Entonces la ecuación queda como:

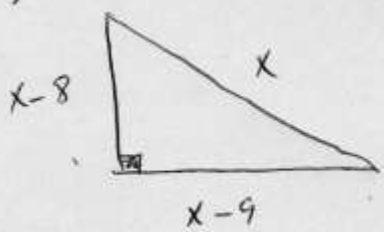
$F(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3x$

$F(4) = -\frac{1}{2}(4)^2 + 3(4) = -\frac{16}{2} + 12 = -8 + 12 = 4$

20) x : Costo de 1 borrador

$$Ax - A = (A-6)x + (A-2)$$
$$Ax - A = Ax - 6x + A - 2$$
$$Ax - Ax + 6x = A + A - 2$$
$$\underbrace{Ax - Ax}_{0} + 6x = 2A - 2$$
$$6x = 2(A-1)$$
$$x = \frac{2}{6}(A-1)$$
$$x = \frac{A-1}{3}$$ Costo de 1 borrador

21)



Por el Teorema de Pitágoras

$$x^2 = (x-8)^2 + (x-9)^2$$
$$x^2 = x^2 - 16x + 64 + x^2 - 18x + 81$$
$$x^2 = 2x^2 - 34x + 145$$
$$0 = 2x^2 - x^2 - 34x + 145$$
$$0 = x^2 - 34x + 145$$
$$x \quad -29$$
$$x \quad -5$$

$x = 29$ ✓
$x = 5$ ✗

Catetos: $29 - 8 = 21$
$29 - 9 = 20$

Suma: $20 + 21 = 41$

22)

Caso 1:

Cilindro Volumen

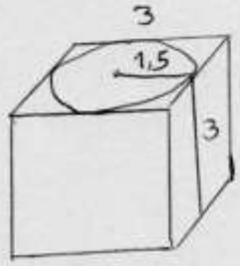
$$\pi\, 4^2 \times 3 = 48\pi$$

Caso 2:

$$\pi \times 3^2 \times 4 = 36\pi$$

Relación de volúmenes: $\dfrac{36\pi}{48\pi} = \dfrac{3}{4}$

23) Hexaedro regular (Cubo)

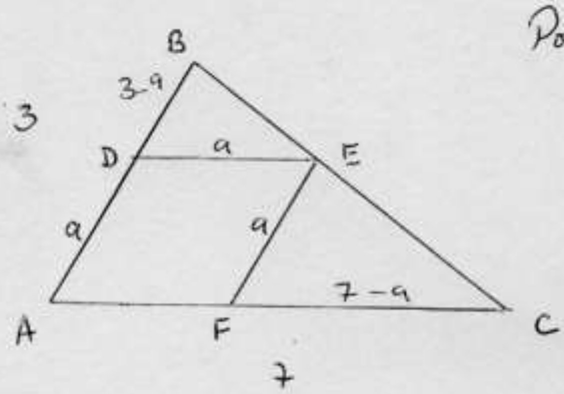


Volumen del cilindro inscrito

$$V = \pi \left(\frac{3}{2}\right)^2 \times 3 = \pi \frac{9}{4} \times 3$$

$$V = \frac{27}{4}\pi$$

24)



Por semejanza de Triángulos

$\triangle DBE \sim \triangle FEC$

$$\frac{3-a}{a} = \frac{a}{7-a}$$

$$(3-a)(7-a) = a \times a$$

$$21 - 10a + a^2 = a^2$$

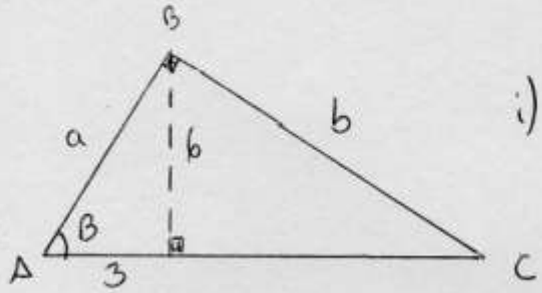
$$21 - 10a = 0$$

$$21 = 10a$$

$$2.1 = a$$

El lado del rombo es 2.1 cm

25)



i) Por el Teorema de Pitágoras

$$a^2 = 6^2 + 3^2$$

$$a^2 = 36 + 9$$

$$a^2 = 45 \rightarrow a = \sqrt{45}$$

$$a = 3\sqrt{5}$$

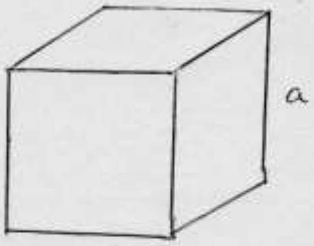
ii) Hallando b

$$\tan\beta = \frac{6}{3} = \frac{b}{a}$$

$$2 = \frac{b}{3\sqrt{5}} \rightarrow b = 6\sqrt{5}$$

Sumando Catetos $3\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$

26)



i) Volumen del Cubo

$a^3 = 216$

$a = \sqrt[3]{216}$

$a = 6$

ii) Hallando el Volumen de esfera inscrita

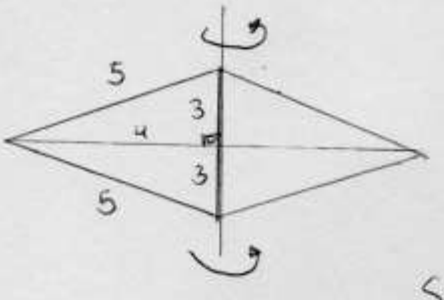
radio de esfera $= \frac{6}{2} = 3$

$V_E = \frac{4}{3}\pi(3)^3 = 27 \times \frac{4}{3}\pi = 36\pi$

iii) Restando volúmenes

$216 - 36\pi = 36(6-\pi)\ cm^3$ //

27)



i) Genera dos Conos iguales

Altura: 3

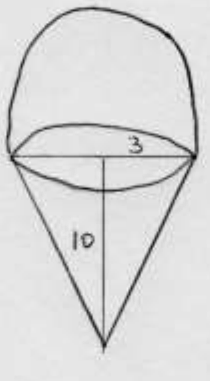
base : 4

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi 4^2 \times 3 = 16\pi$

Sumando volúmenes

$16\pi + 16\pi = 32\pi$ //

28)



i) Hallando Volumen Semiesfera

$V = \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi(3)^3 = \frac{4}{6}\pi \times 27 = 18\pi$

ii) Hallando Volumen Cono

$V = \frac{1}{3}\pi(3)^2 \times 10 = \frac{9}{3}\pi \times 10 = 30\pi$

iii) Sumando volúmenes

$30\pi + 18\pi = 48\pi$

29) Resolviendo casos de posibles Triángulos

i) $15, 15, 32$

$$15 + 15 > 32 \quad \text{(No cumple)}$$

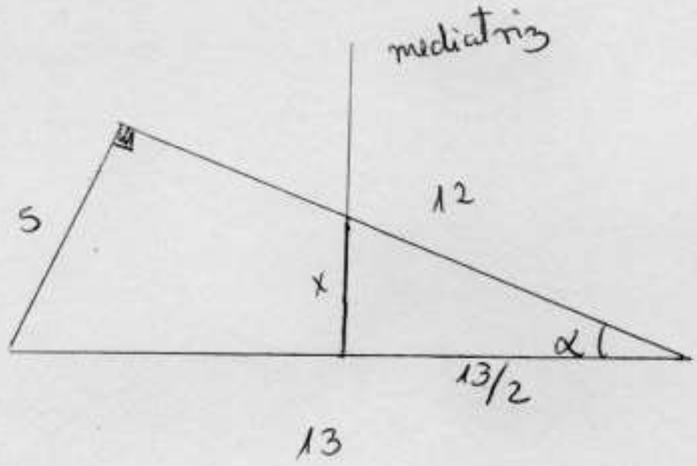
ii) $15, 32, 32$

$$15 + 32 > 32 \qquad 32 + 32 > 15 \qquad \text{(Cumple}$$

Hallando el perímetro

$$32 + 32 + 15 = 79$$

30)



i) Por el Teorema de Pitágoras

$$13^2 = 12^2 + 5^2$$

se demuestra que el Triángulo es rectángulo

ii)

$$\tan\alpha = \frac{5}{12} = \frac{x}{\frac{13}{2}}$$

$$\therefore \quad \frac{5}{12} \cdot \frac{13}{2} = x$$

$$x = \frac{65}{24}$$