(2)

I) $\frac{5}{12} = \frac{5}{12} \times \frac{5}{5} = \frac{25}{60}$

II) $\frac{2}{15} = \frac{2}{15} \times \frac{4}{4} = \frac{8}{60}$

III) $\frac{5}{4} = \frac{5}{4} \times \frac{15}{15} = \frac{75}{60}$

IV) $\frac{7}{5} = \frac{7}{5} \times \frac{12}{12} = \frac{84}{60}$

Entonces

II < I < III < IV

(3)

Despues del 1° mes : $(5000) \times \left(\frac{105}{100}\right)$

2° mes : $\left[(5000) \times \left(\frac{105}{100}\right)\right] \times \left(\frac{105}{100}\right)$

3° mes : $\left[\left[(5000) \times \left(\frac{105}{100}\right)\right] \times \left(\frac{105}{100}\right)\right] \times \left(\frac{105}{100}\right) = 5788,125$

(4)

$$\frac{2}{3} \div \left[5 \div \left(\frac{2}{4} + 1 \right) - 3 \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{2}{3} \div \left[5 \div \frac{6}{4} - 3 \left(\frac{1}{4} \right) \right]$$

$$= \frac{2}{3} \div \left[\frac{20}{6} - \frac{3}{4} \right]$$

$$= \frac{2}{3} \div \frac{31}{12} = \frac{8}{31}$$

(5) # grifos es directamente proporcional al volumen

Área grifos es directamente proporcional al volumen

$$\Rightarrow \frac{(\#\text{ grifos}) \times (\text{Área})}{(\text{Volumen})} = \text{constante}$$

Área caso 1: $\pi (2)^2 = 4\pi$

Área caso 2: $\pi (3)^2 = 9\pi$

$$\Rightarrow \frac{(\#\text{grifos caso 1}) \times (\text{Área caso 1})}{(\text{Volumen caso 1})} = \frac{(\#\text{ grifos caso 2}) \times (\text{Área caso 2})}{(\text{volumen caso 2})}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 4\pi}{300\ l} = \frac{2 \times 9\pi}{x}$$

$$\Rightarrow x = (300\ l) \times \frac{(2 \times 9\pi)}{(4 \times 4\pi)} = 337.5\ l$$

⑥

$$\frac{(3{,}12 \times 10^{-5} + 7{,}03 \times 10^{-4}) \times 8{,}3 \times 10^{8}}{4{,}32 \times 10^{3}}$$

$$= \frac{(3{,}12 \times 10^{-5} + 70{,}3 \times 10^{-5}) \times 8{,}3 \times 10^{8}}{4{,}32 \times 10^{3}}$$

$$= \frac{10^{-5} \times (3{,}12 + 70{,}3) \times 8{,}3 \times 10^{8}}{4{,}32 \times 10^{3}}$$

$$= \frac{(73{,}42) \times (8{,}3)}{4{,}32} \times \frac{10^{-5} \times 10^{8}}{10^{3}}$$

$$= (141{,}06) \times 10^{0} = 141{,}06 = 1{,}41 \times 10^{2}$$

⑦ Nuestro peso promedio de maletas:

$$\frac{(\text{peso maleta 1} + \text{peso maleta 2} + \text{peso maleta 3} + \dots + \text{peso maleta m})}{m} = n$$

$\Rightarrow (\text{peso maleta 1} + \text{peso maleta 2} + \dots + \text{peso maleta m}) = m \cdot n = \text{Peso inicial}$

Si aumentamos m kilos por maleta, nuestro nuevo peso total será:

Peso total $= [(\text{peso maleta 1} + m) + (\text{peso maleta 2} + m) + (\text{peso maleta 3} + m) + \dots + (\text{peso maleta m} + m)]$

Reordenando:

Peso total $= \underbrace{(\text{peso maleta 1} + \text{peso maleta 2} + \dots + \text{peso maleta m})}_{\text{m Términos}} + \underbrace{(m + m + \dots m)}_{\text{m Términos}}$

Peso total $= (m \cdot n) + (m \cdot m)$

$\Rightarrow$ Nuevo promedio $= \frac{\text{Peso total}}{m} = \frac{m \cdot n + m \cdot m}{m} = n + m$

(8)

La 1° persona puede escoger 6 posiciones
La 2° persona puede escoger 5 posiciones (1 posición está ocupada)
La 3° " " " 4 " (2 posiciones ocupadas)
La 4° " " " 3 " (3 posiciones ocupadas)
La 5° " " " 2 " (4 " ")
La 6° " " " 1 " (5 " ")

Entonces:

$$\# \text{ de formas} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$$

(9) La moneda puede caer cara o sello (C ó S)
El dado tiene rango: $\{1,2,3,4,5,6\}$

$$\text{Probabilidad de evento} = \frac{\# \text{ casos favorables}}{\# \text{ casos totales}}$$

casos totales:

$\{(C,1);(C,2);(C,3);(C,4);(C,5);(C,6);$
$(S,1);(S,2);(S,3);(S,4);(S,5);(S,6)\}$ 12 casos

casos favorables:

$\{(C,1);(C,3);(C;5)\} \rightarrow$ 3 casos

$$\Rightarrow \text{Probabilidad de evento} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

(10) No consideramos rubro "Otro" (10%), quedaría 90% que se redistribuiría en 360°. Calcularemos ángulo de rubro "Limeña" (20%) por regla de 3 simple:

$$90\% \rightarrow 360^\circ$$
$$20\% \rightarrow x$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{20\% \times 360^\circ}{90\%} = 80^\circ$$

(11) $P(x+2) = P(2x+4) - x^2 - 4x + 1$

Para $x = 2$:

$$P(2+2) = P(2(2)+4) - (2)^2 - 4(2) + 1$$
$$P(4) = P(8) - 4 - 8 + 1$$
$$P(4) = P(8) - 11$$

Pero $P(8) = 4$

$$\Rightarrow P(4) = 4 - 11 = -7$$

(12)

$$E = \sqrt[3]{(a-b)(a^2+ab+b^2) - 3ab(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}$$

$$= \sqrt[3]{a^3-b^3 - 3ab((\sqrt{a})^2-(\sqrt{b})^2)}$$

$$= \sqrt[3]{a^3-b^3 - 3a^2b + 3ab^2}$$

$$= \sqrt[3]{a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3}$$

Esta expresion Tiene la forma de un binomio al cubo

$$\Rightarrow E = \sqrt[3]{(a-b)^3} = a-b$$

(13)

$$M = \frac{3^{x-1}+3^{x-3}}{3^{x-4}+3^{x-6}} + \frac{2^{x-1}+2^{x-3}}{2^{x-4}+2^{x-6}}$$

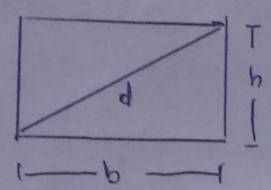
$$= \frac{3^x.3^{-1}+3^x.3^{-3}}{3^x.3^{-4}+3^x.3^{-6}} + \frac{2^x.2^{-1}+2^x.2^{-3}}{2^x.2^{-4}+2^x.2^{-6}}$$

$$= \frac{\cancel{3^x}(3^{-1}+3^{-3})}{\cancel{3^x}(3^{-4}+3^{-6})} + \frac{\cancel{2^x}(2^{-1}+2^{-3})}{\cancel{2^x}(2^{-4}+2^{-6})}$$

$$= \frac{\frac{1}{3}+\frac{1}{27}}{\frac{1}{81}+\frac{1}{729}} + \frac{\frac{1}{2}+\frac{1}{8}}{\frac{1}{16}+\frac{1}{64}}$$

$$= \frac{\frac{10}{27}}{\frac{10}{729}} + \frac{\frac{5}{8}}{\frac{5}{64}} = 27 + 8 = 35$$

(14)



Según enunciado :

$2b = 6 + 3h \quad \ldots\ (1)$

$2h = b + 1 \Rightarrow b = 2h - 1 \ldots\ (2)$

Reemplazando (2) en (1) :

$2(2h-1) = 6 + 3h$

$4h - 2 = 6 + 3h$

$h = 8$

Reemplazando h en (1) :

$2b = 6 + 3(8) \Rightarrow b = 15$

Calculamos d :

$d^2 = b^2 + h^2 = 15^2 + 8^2 = 289 \Rightarrow d = 17$

Nos piden : $d - h = 17 - 8 = 9$ cm

(15) Tenemos : (# monedas S/2) = (# monedas S/.5) + 17 ... (1)

265 = (# monedas S/.2) x (2) + (# monedas S/.5) x (5) ... (2)

Reemplazamos (1) en (2) :

265 = ((# monedas S/5) + 17) x (2) + (# monedas S/.5) x (5)

Resolviendo tenemos :

(# monedas S/.5) = 33

Reemplazando en (1) :

(# monedas S/.2) = 33 + 17 = 50

$\Rightarrow$ (# monedas S/.2) + (# monedas S/.5) = 50 + 33 = 80

(16) En una ecuación de 2° grado de la forma $ax^2+bx+c=0$

Con raíces x_1 y x_2 se cumple:

$$x_1 + x_2 = -b/a$$

$$(x_1).(x_2) = c/a$$

En nuestro caso: $x^2 - nx + (3n-9) = 0$

Sabemos: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{x_1+x_2}{(x_1)(x_2)} = \frac{5}{12} \Rightarrow$ $x_1+x_2 = 5k$, $(x_1)(x_2) = 12k$

Pero $x_1 + x_2 = \frac{n}{1} = 5k$

$(x_1)(x_2) = \frac{(3n-9)}{1} = 12k$

Resolviendo el sistema de ecuaciones: $k=3$; $n=15$

(17)

$$\frac{8-x^2}{x-2} + \frac{3x-10}{x+3} + \frac{x^3+8x}{(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{(8-x^2)(x+3)}{(x-2)(x+3)} + \frac{(3x-10)(x-2)}{(x-2)(x+3)} + \frac{x^3+8x}{(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{\cancel{-x^3} - \cancel{3x^2} + 8x + 24}{(x-2)(x+3)} + \frac{\cancel{3x^2} - 16x + 20}{(x-2)(x+3)} + \frac{\cancel{x^3} + 8x}{(x-2)(x+3)}$$

$$= \frac{44}{(x-2)(x+3)}$$

El numerador: 44

18

De :

$$\frac{x}{2} + y = 2 \Rightarrow x = 4 - 2y \quad \text{---} (1)$$

$$\frac{y}{3} + x = 4 \Rightarrow y + 3x = 12 \quad \text{---} (2)$$

Reemplazamos (1) en (2) :

$$y + 3(4 - 2y) = 12$$

$$y + 12 - 6y = 12 \Rightarrow y = 0$$

Reemplazamos y en (1) :

$$x = 4 - 2(0) \Rightarrow x = 4$$

Nos piden :

$$x + y = 4 + 0 = 4$$

(20) $35x + \dfrac{18x+9}{2x+1} - 5x + 1 = 100$

$30x + \dfrac{18x+9}{2x+1} + 1 = 100$

$30x + \dfrac{9\cancel{(2x+1)}}{\cancel{(2x+1)}} + 1 = 100$

$30x + 9 + 1 = 100$

$x = 3$

(21) 5 ángulos en progresión aritmetica

Sean los ángulos : a, b, c, d, e

Se cumple : $b = a + r$

$c = a + 2r$

$d = a + 3r$

$e = a + 4r$

Tambien : $e = 5.a$

$a + 4r = 5a$

$a = r$

$\Rightarrow a = r$

$b = 2r$

$c = 3r$

$d = 4r$

$e = 5r$

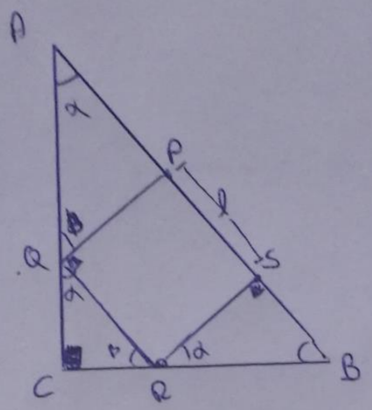
Pero : $a + b + c + d + e = 180^\circ$

$\Rightarrow r + 2r + 3r + 4r + 5r = 180^\circ$

$15r = 180^\circ$

$r = 12^\circ = a$ (menor ángulo)

(22)



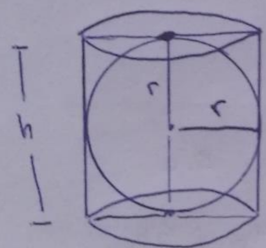
El $\triangle ABQ$ y el $\triangle RSB$ son congruentes, entonces sus catetos son proporcionales, Tenemos:

$$\frac{PQ}{PA} = \frac{SB}{RS} \quad ; \quad PQ = SR = l$$

$$\Rightarrow \frac{l}{50\,cm} = \frac{72\,cm}{l} \Rightarrow l^2 = (50)(72)\ cm^2$$

$$l = 60\ cm$$

(23)



Area esfera: $4\pi(r^2) = 100\pi\ m^2$

$\Rightarrow r = 5m$

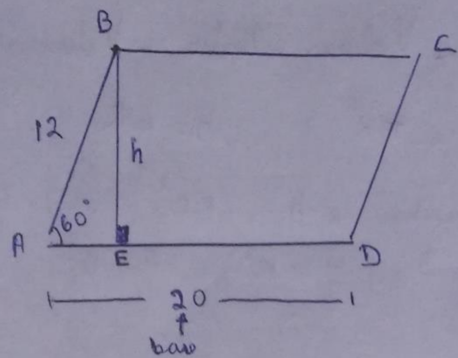
De aquí tenemos: $h = 2r = 10m$

Area base cilindro $= \pi r^2 = 25\pi\ m^2$

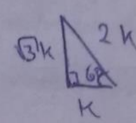
Volumen cilindro $=$ Area base $\times h = (25\pi\, m^2) \times (10m)$

$= 250\pi\ m^3$

(24)



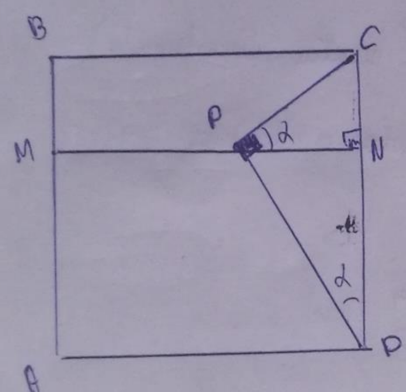
El $\triangle$ notable de $30°, 60°$ posee las siguientes medidas:



$\Rightarrow 12 = 2k \Rightarrow h = 6\sqrt{3}$

Area paralelogramo: base $\times h = 20 \cdot 6\sqrt{3} = 120\sqrt{3}$

(25)



Los $\triangle$ PCN y PND son congruentes; por tanto sus lados también lo serán:

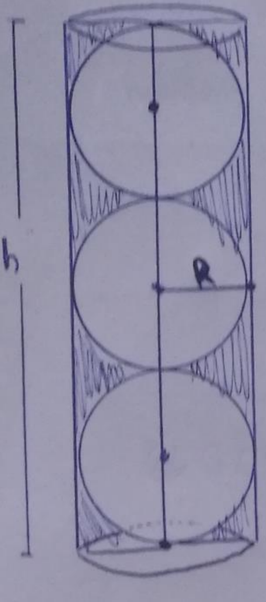
$$\frac{CN}{PN} = \frac{PN}{ND} \Rightarrow PN^2 = (CN)(ND)$$

Pero $CN = 9 \Rightarrow ND = 16$

$\Rightarrow PN^2 = 9 \cdot 16 \Rightarrow PN = 12$

$\Rightarrow PM = 25 - PN = 13$

(26)



Volumen sombreado = Volumen cilindro − Volumen esferas

Area base cilindro $= \pi R^2$; $h = 6R$

Volumen cilindro = Area base $\times$ h $= (\pi R^2)(6R) = 6\pi R^3$

Volumen 3 esferas $= 3 \times \left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = 4\pi R^3$

$\Rightarrow$ Volumen sombreado $= 6\pi R^3 - 4\pi R^3 = 2\pi R^3$

(27) Sabemos: $180^\circ \approx \pi$ rad (media circunferencia)

Usamos regla de 3 para transformar de grados a radianes

Para $\angle A = 84^\circ$:

$$\angle A = \frac{84^\circ \cdot (\pi \text{ rad})}{180^\circ} = \frac{7}{15}\pi \text{ rad}$$

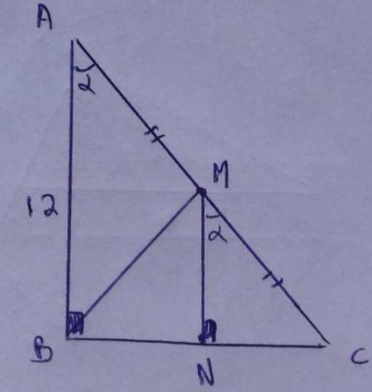
Tenemos $\angle B = \frac{7}{15}\pi$ rad

Ademas: $\measuredangle A + \measuredangle B + \measuredangle C = 180^\circ = \pi$ rad

$$\frac{7}{15}\pi \text{ rad} + \frac{7}{15}\pi \text{ rad} + \measuredangle C = \pi \text{ rad}$$

$$\measuredangle C = \frac{\pi}{15} \text{ rad}$$

(28)



El $\triangle$ ABC es proporcional al $\triangle$ MNC

$\Rightarrow \dfrac{MC}{1} = \dfrac{AC}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{MN}{1} = \dfrac{AB}{2} \Rightarrow MN = \dfrac{12}{2} = 6$

(29) Tenemos: $BD = \dfrac{AE}{3}$

reescribiendo: $BD = \dfrac{AD + DE}{3} \Rightarrow AD = (BD)(3) - (DE) \ldots (1)$

Ademas: $BE + AD = 20\ cm$

reescribiendo

$BD + DE + AD = 20\ cm \ldots (2)$

Reemplazando (1) en (2):

$BD + DE + ((BD).(3) - DE) = 20\ cm$

$4BD = 20\ cm$

$\Rightarrow BD = 5\ cm$